Examen de bacalaureat
Matematică M_mate-info
Proba E. c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Știind că $a=\log_2 3$ arătați că $\log_8 108 = a+\frac{2}{3}$.

5p 2. Determinați imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-4x+3$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+12}=6-x$.

5p 4. Aflați rangul termenului care-l conține pe x^2 în dezvoltarea $\left(x+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2022}$, $x\in\mathbb{R}^*$.

5p 5. Aflați valoarea reală a lui a știind că vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}+3\vec{j},\vec{v}=a\vec{i}-2\vec{j}$ sunt coliniari. .

5p 6. Calculați $\sin 2x$ știind că $\sin x-\cos x=\frac{1}{5}$

SUBIECTUL al II lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y-z=1 \\ x+y-z=2 \\ -x+y+z=0 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p a) Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât matricea $A(a)$ să aibă rangul 2.

5p b) Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul să aibă soluții $(x_0,y_0,z_0)\in\mathbb{R}^3$ care verifică relația $x_0+y_0+z_0=4$.

5p c) Determinați $a\in\mathbb{Z}$ astfel încât sistemul să aibă soluție unică cu toate componentele întregi..

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-4x-4y+20$.

5p a) Arătați că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$ pentru orice x,y numere reale.

5p b) Arătați că $e=5$ este element neutru al legii de compoziție „o”.

5p c) Determinați numerele naturale n ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „o” sunt numere naturale.

SUBIECTUL al III lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2}, x\in\mathbb{R}$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Arătați că $\frac{4}{3}<f(x)+f(-x)<4, \forall x\in[1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2e^x$ și șirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}, I_n=\int_0^1 x^n f(x)dx$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{1}{3}$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x}dx=1$.

5p c) Arătați că $\lim_{n\to\infty} I_n=0$.