

Test de antrenament 2 - Examen de bacalaureat
 Matematică M₁ mate-info
 Proba E. c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
 Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numerele reale a și b știind că $\frac{1+i}{1-i} = a + bi, i^2 = -1$.
- 5p 2. Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că dreapta $x = 2$ este axă de simetrie pentru graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - ax + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + \log_x 2 = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare o submulțime a mulțimii $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ aceasta să aibă cel mult două elemente.
- 5p 5. Aflați distanța de la $A(1, -2)$ la dreapta $d: 3x + 4y - 5 = 0$.
- 5p 6. Calculați $\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ \cdot \dots \cdot \cos 180^\circ$.

SUBIECTUL al II lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & \ln a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, a > 0$.
- 5p a) Arătați că $A(1) = I_3$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(b) = A(ab), \forall a, b > 0$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(e)$.
2. Pe mulțimea $G = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$.
- 5p a) Arătați că $2 \circ 3 = 3$
- 5p b) Arătați că funcția $f: G \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x-1)$ este izomorfism între grupurile (G, \circ) și $(\mathbb{R}, +)$.
- 5p c) Arătați că $2 \circ 3 \circ 4 \circ \dots \circ 10 = 9! + 1$.

SUBIECTUL al III lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați imaginea funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x+1)}{f(x)} \right)^x$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x} + x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e \left(f(x) - \frac{\ln x}{x} \right) dx = \frac{e^2 - 1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e f(x) dx = \frac{e^2}{2}$.
- 5p c) Arătați că șirul $I_n = \int_{e^n}^{e^{n+2}} (f(x) - x) dx, n \in \mathbb{N}^*$ este o progresie aritmetică cu rația 2.

